

Олимпиадная работа
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников

по математике

учащегося 10 класса

муниципального автономного общеобразовательного учреждения
«Средняя школа №19 – корпус кадет «Виктория» Старооскольского городского округа

Котенева Егора Сергеевича

Педагог-наставник:
учитель математики
муниципального автономного
общеобразовательного учреждения
«Средняя школа №19 – корпус кадет «Виктория»
Старооскольского городского округа
Шолохова Галина Евгеньевна

№ 10.2

Первое пол часа (1):

Василий (в): $t_v, v_v - ?$; $s_v = t_v v_v = 0,5 v_v = t v_v$ Алексей (а): $t_a, v_a - ?$; $s_a = t_a v_a = 0,5 v_a = t v_a$

По условию

$$t_v = t_a = t = 30 \text{ (мин)} = \underline{\underline{0,5 \text{ (часа)}}}$$

$$s_v - s_a = 6$$

$$0,5 v_v - 0,5 v_a = 6$$

$$t v_v - t v_a = 6$$

Дополнительное время (2): время численно равно пути, пройденному за первое пол часа

Василий (в): $t_v = s_v = t v_v$; v_v ; $s_v = t v_v = t \cdot v_v^2$ Алексей (а): $t_a = s_a = t v_a$; v_a ; $s_a = t \cdot v_a^2$

$$s_v + s_v - s_a - s_a = 11$$

$$t v_v + t \cdot v_v^2 - t v_a - t v_a^2 = 11$$

Пусть $v_a = x$ (км/мин) и $v_v = y$ (км/мин) Тогда

$$\begin{cases} t y - t x = 6 \\ t y + t y^2 - t x - t x^2 = 11 \end{cases} \quad | -$$

$$t y^2 - t x^2 = 5$$

$$t (y^2 - x^2) = 5$$

$$t (y^2 - x^2) + 1 = 6$$

$$\begin{cases} t (y - x) = 6 \\ t (y^2 - x^2) + 1 = 6 \\ t y + t y^2 - t x - t x^2 = 11 \end{cases}$$

Умножим первое и второе уравнение системы

$$t (y - x) = t (y^2 - x^2) + 1$$

$$t (y - x) - t (y^2 - x^2) = 1$$

$$t (y - y^2 - (x - x^2)) = 1, \quad t = 30$$

$$30 (y - y^2 - x + x^2) = 1 \quad | : 30$$

$$y - y^2 - x + x^2 = \frac{1}{30}$$

$$(y - y^2) - (x - x^2) = \frac{1}{30}$$

$$2 t y - t x = 6$$

$$30 y = 6 + 30 x$$

$$y = \frac{6 + 30 x}{30} = \frac{6}{30} + \frac{30 x}{30} = 0,2 + x$$

Подставим 2 уравнение в (1)

$$(0,2 + x - (0,2 + x)^2) - (x - x^2) = \frac{1}{30}$$

$$0,2 + x - 0,04 - 0,4x - x^2 - x + x^2 = \frac{1}{30} = 0$$

$$-0,4x + \frac{29}{150} = 0$$

$$-0,4x = -\frac{29}{150} \quad | : (-0,4)$$

$$x = \frac{29}{60} \text{ (км/мин)} - \text{скорость Алексея}$$

$$y = 0,2 + x = 0,2 + \frac{29}{60} = \frac{41}{60} \text{ (км/мин)} - \text{скорость Василия}$$

$$v_a = x = \frac{29}{60} \text{ (км/мин)} = 29 \text{ (км/ч)}$$

$$v_v = y = \frac{41}{60} \text{ (км/мин)} = 41 \text{ (км/ч)}$$

Ответ: 29 км/ч и 41 км/ч.

(55)

$\alpha, 10, 1\alpha$
 $\begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{matrix}$ $\begin{matrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{matrix}$ $\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{matrix} \dots$

У нас будет две арифметические прогрессии. Это количество единиц и количество двоек. $d=1$, а $a, z1$
 Нам нужно посчитать количество единиц с позиций 1 до 1010,
 а паров единиц и девяток, где их равное количество

№	Бал.	Подписи	ФИО
1	7		Корешникова Н.А. Ледовская Н.В.
2	5		Белых Ю.В. Косачева Ж.В.
3	0		Шава И.И. Можаева Н.А.
4	2		Митинцева П.И. Бринкова С.А.
5	0		Митинцева П.И. Бринкова С.А.
итого	14		

$$\begin{array}{c} 10.1 \\ \alpha \end{array} \quad \begin{array}{c} 1122 \\ \alpha \end{array} \quad \begin{array}{c} 111222 \\ \alpha \end{array} \dots$$

У нас будет две арифметические прогрессии. Это количество единиц и количество двоек, по $d=1, a_1=1$. ~~Нельзя считать сумму~~

Нам нужно посчитать количество единиц с позиции до α -пары единиц и двоек, где их равно количество ~~группы α всегда начинается с единицы~~ ~~группы α будет состоять из двоек~~ ~~Можно поделить группы α на группы β из нечетного количества~~

S_1 - сумма ариф. прогр. из единиц и количество единиц
 S_2 - сумма ариф. прогр. из двоек и количество двоек
 Если отбросить β то $S_1 = S_2$ и ~~иначе~~ $S_1 + S_2$ - чет.

$$10101 = S_1 + S_2 + \beta$$

Если $S_1 + S_2$ - чет предположим, что $\beta = 1$ тогда

$$S_1 + S_2 = 10101 - \beta = 10101 - 1 = 10100$$

Тогда $S_1 = S_2 = \frac{10100}{2} = 5050$

Проверим, существует ли такая прогрессия

$$S_1 = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n$$

$$\frac{2 \cdot 1 + 1(n-1)}{2} n = 5050$$

$$\frac{(2+n-1)n}{2} = 5050 \quad | \cdot 2$$

$$(1+n)n = 10100$$

$$n^2 + n - 10100 = 0$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot (-10100) = 1 + 40400 = 40401 = 201^2$$

$$n_1 = \frac{-1 + \sqrt{40401}}{2} = \frac{-1 + 201}{2} = \frac{200}{2} = 100$$

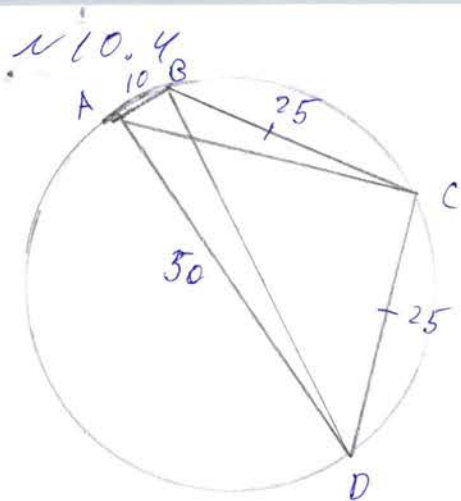
$$n_2 = \frac{-1 - \sqrt{40401}}{2} = \frac{-1 - 201}{2} = \frac{-202}{2} = -101$$

не удовлетворяет условию так как $n > 0$

Если $n = 100$ тогда $S_1 = 5050$ - количество единиц

Так как $\beta = 1$, то есть в нечетной группе α одна единица, то ~~то~~ ~~начинает~~ ~~то~~ состоит группа β из одной единицы. Значит количество единиц равно $S_1 + 1 = 5051$

Ответ: 5051



(10-47)

Дано
 $ABCD$ - четырехугольник, вписанный в ω (окружность)
 $AB = 10$; $BC = CD = 25$; $AD = 50$
 $\angle A + \angle D < 180$
 $\angle A + \angle D = ?$

Решение

Пусть $\angle CBD = \alpha$; $\triangle BCD$; $BC = CD \Rightarrow \angle CBD = \angle CDB = \alpha$
 $\triangle ABO$ и $\triangle DCO$
 $\angle BAO = \angle ODC$ (так как опираются на одну дугу BC)
 $\angle BOA = \angle COD$ (как вертикальные) $\Rightarrow \triangle ABO \sim \triangle DCO$
 $\frac{AB}{CD} = \frac{BO}{OC} = \frac{AO}{OD} = \frac{10}{25}$

$\triangle AOD$ и $\triangle BOC$
 $\angle OAD = \angle OCB$ (так как опираются на одну дугу CD)
 $\angle AOD = \angle BOC$ (как вертикальные) $\Rightarrow \triangle AOD \sim \triangle BOC$
 $\frac{OC}{OD} = \frac{BC}{AD} = \frac{OB}{OA} = \frac{25}{50} = \frac{1}{2}$
 $\frac{BO}{OC} = \frac{OA}{OC} = \frac{OA}{2OC} = \frac{10}{25}$

$$20OC = 25OA$$

$OC \perp AD$

№ 10.3

$$(x^2 + 10x + q)(x^2 + 10x + (q+18)) = 0$$

$$x^2 + 10x + q = 0$$

$$D = 10^2 - 4 \cdot q = 100 - 4q$$

$$D \geq 0$$

$$100 - 4q \geq 0$$

$$q \geq 25$$

Если 2 корня

то

$$D > 0$$

$$q < 25$$

10-47

$$x^2 + 10x + q + 18 = 0$$

$$D = 10^2 - 4 \cdot (q+18)$$

$$D \geq 0$$

$$10^2 - 4 \cdot (q+18) \geq 0$$

$$q \leq 7$$

2 корня

$$D > 0$$

$$q < 7$$